

Değiştirip Değiştirmemek Bir Şey Değiştirir mi Değiştirmeyen mi?



İhsan Yücel / ihsan_einstein@yahoo.com

Bu yazı 2007-IV sayısında yayımlanmıştı. Bir paradoks sözkonusu. Aynı soruya iki değişik yanıt bulunuyor. Yazıyı kısaltarak tekrar yayımlıyor ve sonuna bir ek getiriyoruz. MD

Biri iki kapalı zarfla size gelip şöyle diyor:

- Bu kapalı zarflarda para var. Hangisinde ne kadar olduğunu bilmiyorum ama birindeki paranın diğerindeki iki katı olduğunu biliyorum. İsteddiğini seç, içindeki para senin...

Zarflardan birini seçiyorsunuz. Zarfı getiren, size, "İstersen bu zarfı bırak diğerini seç" diye bir seçenek sunuyor.

Ne yaparsınız? Zarfı değiştirir misiniz değiştirmeyen misiniz? Yoksa zarfı değiştirip değiştirmemek farketmez mi?

Farketmez!

Zarfların birinde n lira, diğerinde $2n$ lira olsun.

Önce zarfları değiştirmedığımızı varsayalım. $1/2$ olasılıkla n liralık zarfı seçmişizdir ve n lira kazanırız. $1/2$ olasılıkla $2n$ liralık zarfı seçmişizdir ve $2n$ lira kazanırız. Demek ki bu durumda beklentimiz,

$$(1/2) \times n + (1/2) \times 2n = 3n/2$$

dir.

Şimdi zarfları değiştirdiğimizi varsayalım. Seçtiğimiz zarfta $1/2$ olasılıkla n lira vardır ve zarfı değiştirdiğimizden $2n$ lira kazanırız. Seçtiğimiz zarfta $1/2$ olasılıkla $2n$ lira da olabilir ve o zaman zarfı değiştirdiğimizden n lira kazanırız. Bu durumda beklentimiz

$$(1/2) \times (2n) + (1/2) \times n = 3n/2$$

olur.

Her iki stratejide de $3n/2$ bulduk. Demek ki değiştirek de değiştirmesek de bir şey farketmez. Tahmin ettiğimiz gibi...

Farkeder!

Ama bir de şöyle düşünelim: Bir zarf seçtik ve diyelim zarfta m lira var. Hatta zarfa bakıp zarfta

m lira olduğunu gerçekten görebiliriz de. Diğer zarfta ya $m/2$ lira ya da $2m$ lira olmalı; tam ne kadar olduğunu bilmiyoruz. $1/2$ olasılıkla $m/2$ lira, $1/2$ olasılıkla $2m$ lira vardır.

Her iki stratejide de beklentileri hesaplayalım, bakalım hangisinde daha yüksek çıkacak.

Zarfı değiştirmesek m lira kazanacağız elbette, bundan kuşkumuz yok.

Eğer değiştiresek, diğer zarfta $1/2$ olasılıkla $m/2$ lira olacak ve $1/2$ olasılıkla $2m$ lira olacak. Demek ki değiştiresek beklentimiz,

$$(1/2) \times (m/2) + (1/2) \times (2m) = 5m/4$$

olacak.

Değiştirmesek beklentimiz m olacaktı. $5m/4$, m 'den daha büyük olduğundan, bu sefer en iyi stratejinin değiştirmek gerektiğini bulduk.

Allah Allah!

Aynı soruyu iki değişik biçimde düşündük ve birinde değiştirip değiştirmemenin farketmediğini bulduk, diğerinde ise değiştirmenin daha iyi olacağını bulduk... Peki burada neler oluyor? Neden iki değişik yanıt buluyoruz?

MD'nin Notu: Ali Nesin, yazı yayımlanmadan önce bilgisayar simülasyonu yaparak değiştirip değiştirmemenin farketmeyeceğini bulmuştu. Ama ikinci yanıtın neden yanlış olduğunu hakkıyla anlayamadı. Problemi sorduğu Haluk Oral, değiştirip değiştirmemenin farketmeyeceğini şu yolla açıkladı: Diyelim değiştirmek daha cazip. O zaman iki zarfı iki değişik oyuncuya sun. Her ikisi de zarfını diğer oyuncunun zarfıyla değiştirmek isteyecektir ve her ikisinin de beklentisi artacaktır.

Oysa zarflarda para kaybı ya da artışı olmadığı için beklentinin artmaması gerekir. Ama hâlâ daha ikinci yanıtta yanlışın nerede olduğunu bilmiyoruz. Açıklayana ödül var. ♣

Ödüllü
Soru