

# Altın Paylaşma Problemi



İhsan Yücel\* / [ihsanyucel19@gmail.com](mailto:ihsanyucel19@gmail.com)

**B**u yazıda dört dörtlük bir strateji problemi sorup yanıtlamaya çalışacağız. Sorumuzu vakit kaybetmeden soralım:

$A, B, C, D, E, F$  ve  $G$  isimli 7 kişi, 50 adet altın aralarında paylaşmak için bir oyun oynuyorlar. Her biri, gerektiğinde ceza olarak ödemek üzere yanlarında birer adet fazladan altın getirmiştir.  $A$ 'dan başlayarak her biri sırayla altınların nasıl paylaşılması gerektiğine dair bir öneri sunacaktır. Eğer teklifi yapan dahil olmak üzere oyunda kalan oyuncuların yarısından fazlası (yarısı yetmiyor) teklifi kabul ederse altınlar buna göre dağıtılacak ve oyun bitecektir. Teklif kabul edilmezse teklifi yapan oyuncu oyundan atılacak, yanında getirdiği bir altın oyun sonunda en çok altını elde eden oyuncuya verilmek üzere elinden alınacak, teklif sırası bir sonraki oyuncuya geçecek ve oyun kalan oyuncularla devam edecektir. Her oyuncu oyun sonunda olabildiğince fazla altın elde etmeye çalıştığına ve tüm olasılıkları düşünerek hatasız oynadıklarına göre, oyun sonunda en çok altını alan oyuncu kimdir ve kaç altın alır?

Oyunun analizine sondan başlayalım.

Eğer ilk 6 oyuncunun teklifi kabul edilmez de hepsi oyundan çıkarılırsa  $50 + 7$  altının hepsini en son oyuncu olan  $G$  (kendi teklifini kabul ederek oybirliğiyle!) alacaktır. Bu durumda oyun

$$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 57)$$

sonucuyla biter. İlk 6 oyuncuya zırnık düşmeyeceğinden, diğerlerinin hepsi bu durumu engellemek isteyecektir.

Eğer ilk 5 oyuncunun teklifi kabul edilmez de hepsi oyundan çıkarılırsa, o zaman  $F$ 'nin sunduğu paylaşım önerisi ne olursa olsun,  $G$  bu paylaşım önerisini kabul etmeyecek ve yukardaki gibi tüm

altınları alacaktır. Bu durumda da ilk 6 oyuncuya zırnık düşmeyeceğinden, hepsi bu durumu engellemek isteyecektir.

Eğer ilk 4 oyuncunun teklifi kabul edilmez de hepsi oyundan çıkarılırsa, o zaman  $E, F$ 'nin kabul edebileceği bir teklif sunulmalıdır, ki oylamayı 2'ye 1 kazansın. Eğer  $E, 50-0-0$  paylaşım önerisinde bulunursa,  $F$ 'ye hiç olmazsa cebindeki altın kalacağından,  $F$  bu paylaşım önerisini kabul edecektir.  $G$  kabul etmez elbette, ama kimin umurunda! Bu durumda  $E, 50 + 5$  altın ve  $F$  ve  $G$  de birer altınla oyunu bitireceklerdir, yani oyun

$$(0, 0, 0, 0, 55, 1, 1)$$

sonucuyla bitecektir. İlk dört oyuncu bunu bilmektedir.

Sıra  $D$ 'ye geldiğinde,  $D$ , en az bir, ama mümkünse daha fazla altın kazanacağı bir paylaşım önerisinin  $E, F$  ve  $G$ 'den en az ikisi tarafından kabul edilmesini ister.  $E$ 'yi memnun etmek zor, ne de olsa,  $E$ , bir önceki paragrafta göre bu plan reddedilirse 55 altın kazanacak. Ama  $F$  ve  $G$ 'ye birer altın sunsa,  $F$  ve  $G$  memnun olacaklardır, çünkü böylece oyunu bir yerine iki altınla bitireceklerdir. (Aslında  $F$  ve  $G$ 'ye 0 altın sunsa, o zaman  $F$  ve  $G$ 'nin kayıpları olmadığından kabul etme şansları var, ama neme lazım, boşu boşuna riske atmamak lazım. Hatta  $F$  ve  $G, E$ 'nin bu cimriliğine haklı olarak kızıp  $D$ 'nin bu önerisini reddedebilirler.)  $D, E$ 'ye hiç altın sunmasa da olur, nasıl olsa onun oyu önemli değil, çünkü  $F$  ve  $G$ 'nin olumlu oyları çantada keklik. Dolayısıyla,  $D, 48-0-1-1$  önerisinde bulunur ve oyun

$$(0, 0, 0, 52, 1, 2, 2)$$

sonucuyla biter.

$C$  yukardaki hesapları yapmıştır. Yukardaki paragrafta 1 kazanan  $E$ 'ye 1 altın sunsa,  $E$  oyunu 2 altınla bitireceğinden  $E$ 'nin olumlu oyunu ga-

\* Bu yazıyı yazar, Nisan 2010 celbinde 333. kısa dönem askerlik vazifesini yaptığı sırada yazmıştır.

rantiye alır.  $F$  ve  $G$ 'den ikisinden birine 2 altın sunsa, o kişiye de tavlalar. Diyelim  $D$ ,  $F$ 'yi  $G$ 'den daha çok seviyor ve 47-0-1-2-0 önerisini yapıyor. Bu durumda oyun

$(0, 0, 50, 1, 2, 3, 1)$

sonucuyla biter.

$B$ , yukardaki akıl yürütmeleri yapmıştır tabii. 1'er altın alan  $D$  ve  $G$ 'yi memnun etmek zor değil, onlara birer altın sunsun. Bir oya daha ihtiyacı var. Bunun için, bir önceki paragrafta payına 2 altın düşen  $E$ 'ye 2 altın önersin.  $C$  ve  $F$ 'ye hiç altın vermese de olur. Dolayısıyla  $B$ 'nin önerisi 46-0-1-2-0-1 olmalıdır. Bu durumda altınlar

$(0, 48, 1, 2, 3, 1, 2)$

olarak paylaşılır.

Birinci oyuncu  $A$ , bütün bu planları biliyordur elbette. Diğer 6 oyuncunun 3'ünü mutlu etmek zordur.  $C$  ve  $F$ 'ye birer altın önersin.  $D$  ve  $G$ 'den birine de (diyelim  $D$ 'ye) 2 altın önersin. Böylece  $A$  şu paylaşımı önerir: 46-0-1-2-0-1-0. Böylece oyun

$(47, 1, 2, 3, 1, 2, 1)$

paylaşımıyla sona erer.

Not: Yukarıda iki kez seçim yaptık.  $C$  bir seçim yaptı ve  $A$  bir seçim yaptı. Bu seçimler nihai paylaşımı etkilerler ama  $A$ 'nın kazancını etkilemez.

**Soru 1:** 7 yerine 50 oyuncu olsaydı (altın sayısı gene 50) bu oyunun akibeti ne olurdu?

**Soru 2:** Beraberlik halinde teklif kabul edilseydi oyunun akibeti ne olurdu?

**Soru 3:** Oyuncuların, kazandıkları altınları aralarında eşit olarak paylaşmak amacıyla ortaklıklar kurmalarına izin verilse, oyunun akibeti ne olurdu ve kim kimle ya da kimlerle ortaklık kurardı?

**Soru 4:** Belli ki birinci oyuncunun bir avantajı var. Oyuncular oyuna başlamadan önce şöyle bir kural koysalar: Oyun sonunda en çok altın alanın altınları diğer tüm oyuncular arasında eşit olarak paylaşılacak. Yani en çok altın alan hiç altın alamayacak! Bu durumda oyun nasıl seyrederdi? ♣

bugün  
ne  
kanıtlayalım?



HERŞEYİ!



t..